جلسه ۲

2:14 PM Sunday, February 18, 2018

هر سیستم خطی تغییر با زمان مرتبه صحیح

$$\dot{x}_{(t)} = A x_{(t)} + B u_{(t)}$$
$$y_{(t)} = C x_{(t)} + D u_{(t)}$$

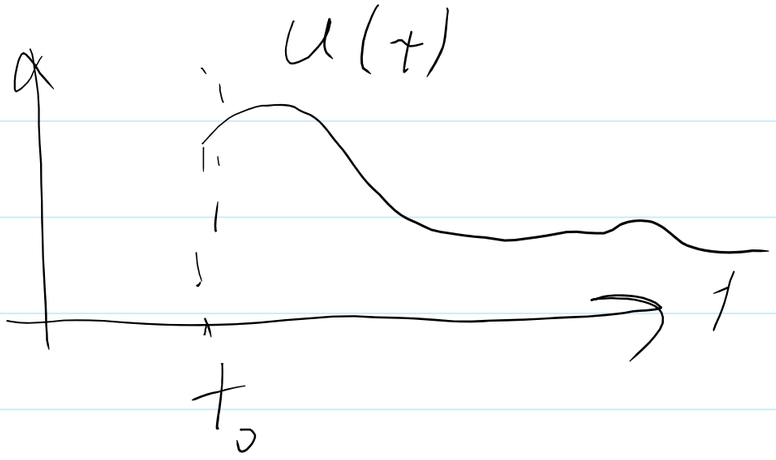
⟵ یک سیستم خطی

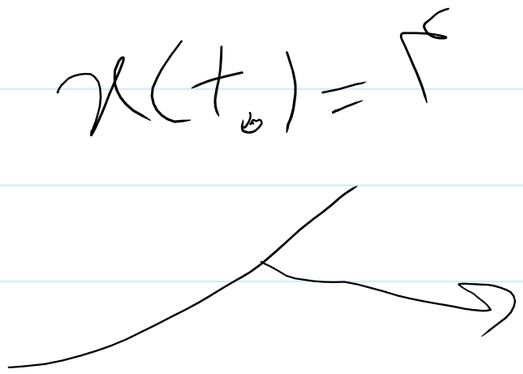
اگر ماتریس‌های A, B, C, D نباشند سیستم LTI خواهد بود

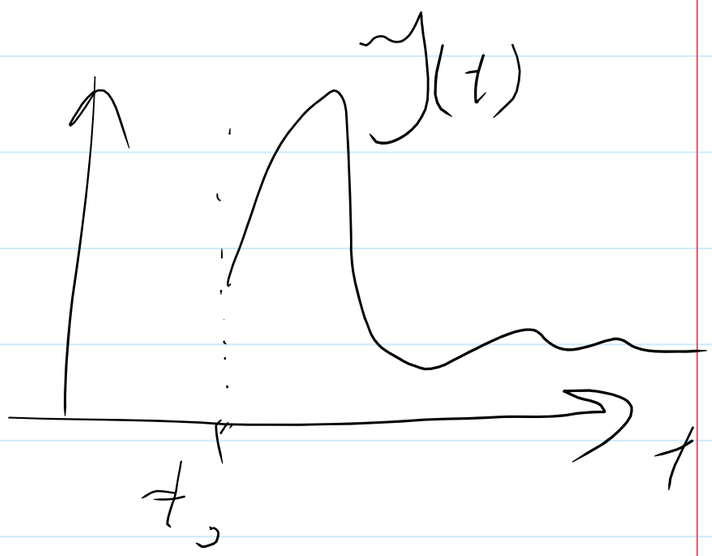
با آن هم زمان در رفتار سیستم تأثیر نداشته باشد.

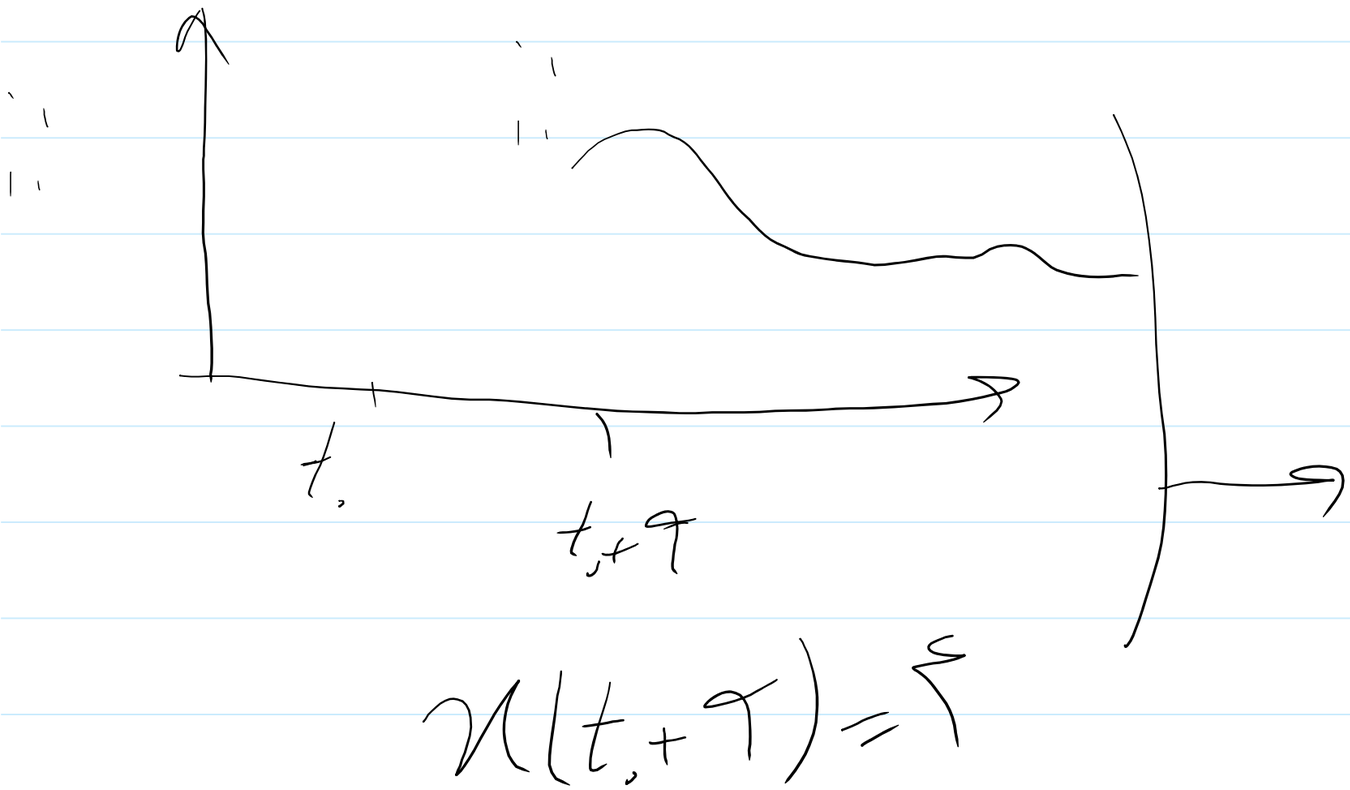
از نظر ریاضی با شیفت دادن ورودی هم همان اندازه شیفت پیدا کند

$u(t)$
n_0

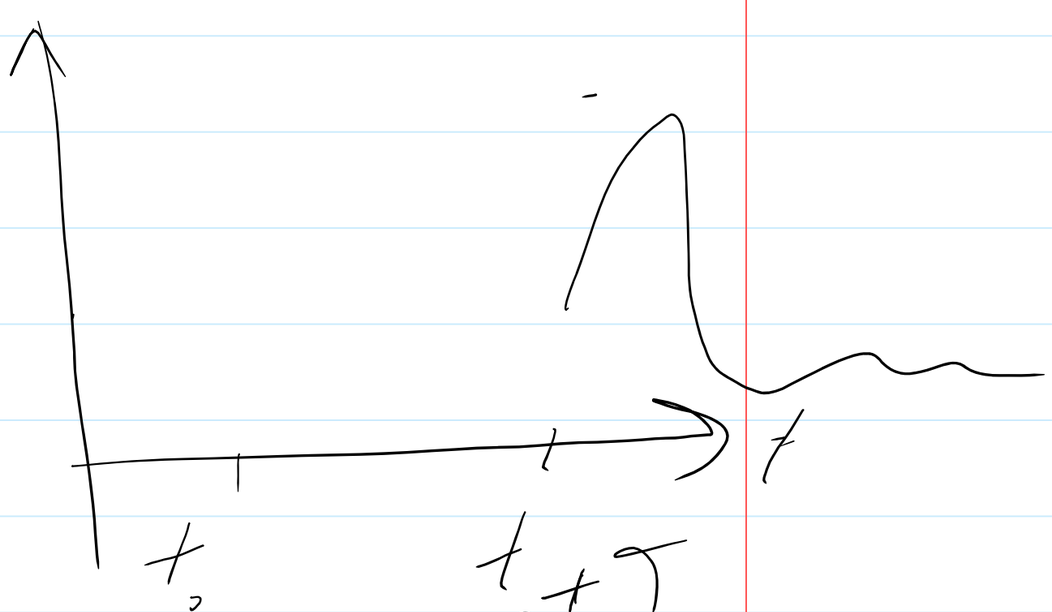








$x(t_0+\tau) = \xi$



برای سیستم خطی $y(t) = \int_{t_0}^{t} g(t,\tau)u(\tau)d\tau$

LTI :

$g(t,\tau)$ ⟸ ضربه در لحظه τ

$g(t+\tau, \tau+\tau)$ ⟸ ضربه در لحظه $\tau+\tau$

چون رابطه بالا برای تمامی τ ها برقرار است

برای $\tau = -\tau$ هم برقرار است

$\Rightarrow \tau = -\tau \quad g(t-\tau, 0) \longrightarrow g(t-\tau)$

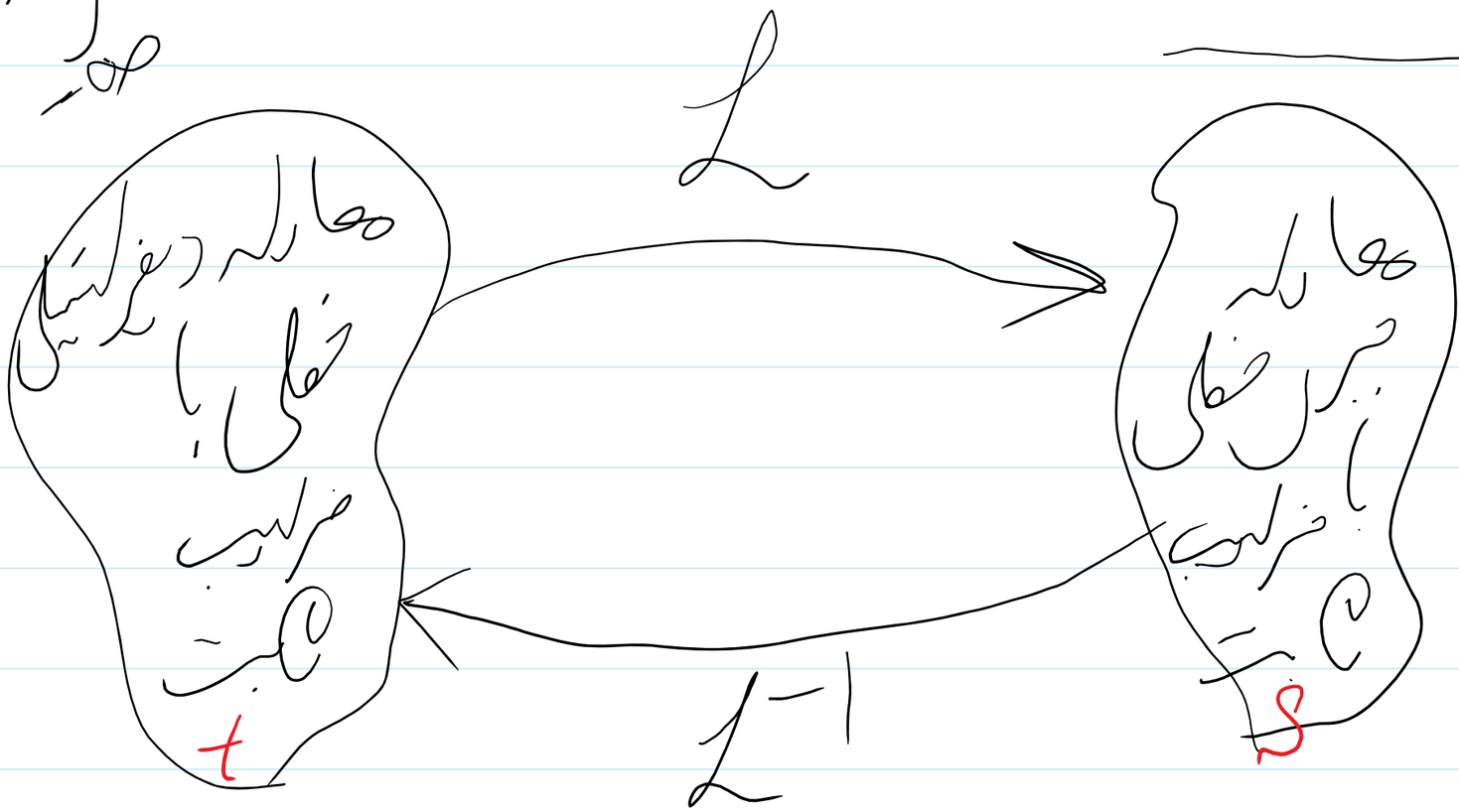
$$y(t) = \int_{t_0}^{t} g(t-\tau)\,u(\tau)\,d\tau = \int u(t-\tau)\,g(\tau)\,d\tau$$

برای LTI ها:

کانولوشن

تبدیل لاپلاس:

$$J(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-st}\,y(t)\,dt$$



$$y(t) = \int_{t_0}^{t} g(t-\tau)\,u(\tau)\,d\tau$$

$\mathcal{L}$

$$Y(s) = G(s)\,U(s)$$

$$Y(s) = \int_0^\infty y(t)\,e^{-st}\,dt$$

$$U(s) = \int_0^\infty u(t)\,e^{-st}\,dt$$

$$G(s) = \int_0^\infty e^{-st}\,g(t)\,dt$$

تبدیل لاپلاس ضربه یا پاسخ ضربه سیستم LTI

تبدیل لاپلاس ورودی یا پاسخ حالت صفر سیستم

سیستم LTI

$$G(s) = \frac{\text{چند جمله‌ای صورت}}{\text{چند جمله‌ای مخرج}}$$

proper سره

درجه صورت < درجه مخرج ⟹

اکیداً سره ⟸ ماتریس $D = 0$ است

درجه صورت = درجه مخرج ⟹ biproper

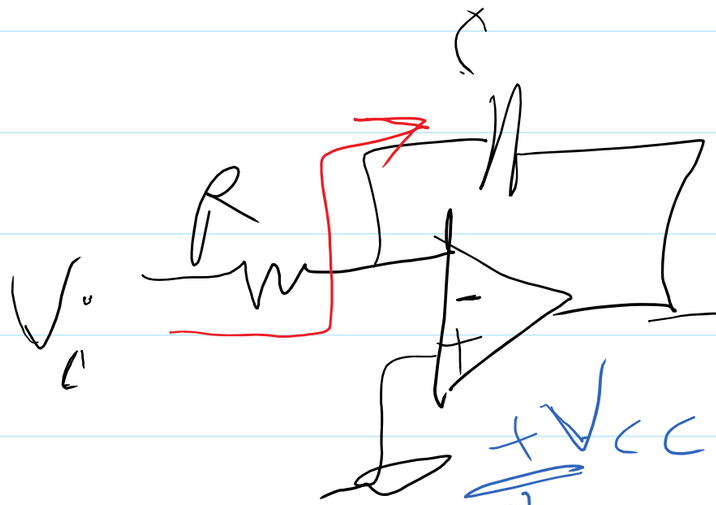
ناسره

درجه صورت > درجه مخرج ⟹ improper

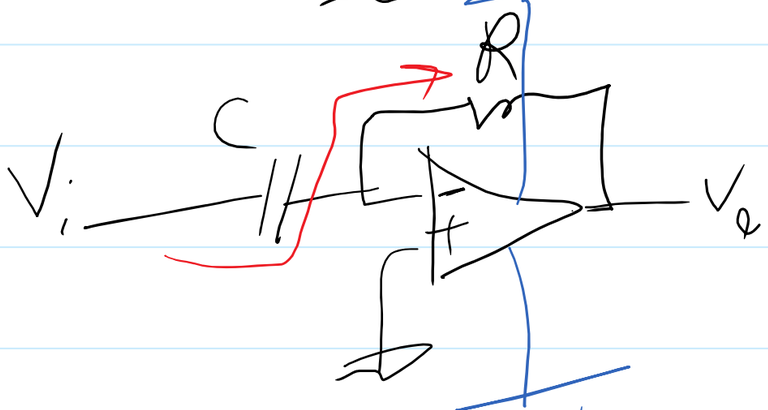
(در سیستم‌های فیزیکی وجود صفرهای سره‌ی حلقه باز سبب می‌شود رفتار ناسره داشته باشد)

$$y(t) = \frac{d}{dt}\left(u(t)\right) \longrightarrow Y(s) = sU(s)$$

مشتق گیر که تاسر بلسع وجود دارد



$$V_o = -\frac{1}{RC}\int V_i \, dt$$



$$V_o = -RC\frac{d}{dt}V_i$$

کی رشار مشتق گیر فقط در حدود

مشتق $|V_{sat}-1|$ کار می‌کند $-V_{sat}+1|$

p: تعداد ورودی

q: تعداد خروجی

$$\dot{x}(t) = A\underset{n\times n}{}\underset{n\times 1}{x(t)} + \underset{n\times p}{B}\underset{p\times 1}{u(t)}$$

$$\underset{q\times 1}{y(t)} = \underset{q\times n}{C}\underset{n\times 1}{x(t)} + \underset{q\times p}{D}\underset{p\times 1}{u(t)}$$

حالت دینامیکی سیستم خطی

سیستم LTI

$$X(s) = \mathcal{L}\{x(t)\}$$

$$U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\}$$

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s)$$

$$sX(s) - AX(s) = BU(s) + x(0)$$

$$(sI - A)X(s) = BU(s) + x(0) \longrightarrow X(s) = (sI-A)^{-1}BU(s) + (sI-A)^{-1}x(0)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s)$$

$G(s)$ تابع تبدیل سیستم

$$= \left[C(sI-A)^{-1}B + D\right]U(s) + C(sI-A)^{-1}x(0)$$

تابع ورودی صفر

تابع حالت صفر

ضرب خطی:
وبژگی پایه‌ای

$A \times B$

$n \times m$ $\quad m \times 1$

سطر ماتریس A

$$A = [a_1 \; a_2 \; \dots \; a_m]$$

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

ستون ماتریس B

$$A \times B = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_m b_m$$

$n \times 1 \quad 1 \times n$

3:26 PM Sunday, February 18, 2018

وابستگی بردار ضرب ماتریسی

$D \times A$

$q \times n$ $\quad n \times m$

$A = [a_1 \; a_2 \; \dots \; a_m]$

$D \times A = [Da_1 \; Da_2 \; \dots \; Da_m]$

وابستگی بردار ضرب ماتریسی

$B \times C$

$m \times r$ $\quad r \times h$

$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$

$B \times C = \begin{bmatrix} b_1 C \\ b_2 C \\ \vdots \\ b_m C \end{bmatrix}$

$A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ یعنی A یک ماتریس $m \times n$

$x \in \mathbb{R}^n$ یعنی x یک بردار $n \times 1$ حقیقی

با شد.

ماتریس‌ها حقیقی است.

وابستگی خطی بردارها: $x_i \in \mathbb{R}^n$

$\exists \alpha_i \in \mathbb{R}$ حداقل یکی از αها غیرصفر باشد.

$i = 1, \dots, n$

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n = 0$$

x_1 تا x_n وابسته خطی هستند.

اگر x_1 تا x_n وابسته خطی نباشند، مستقل خطی نامیده می‌شوند.