

P.S.d جون ماتريس پليز هئ لسه $\sim \forall x \neq 0, x^T P x$ مثبت است و پليز هئ
 $x \neq 0 \Rightarrow x^T P x = 0$ لسه

آر $P^T = P$! لسه $\Leftarrow$ مقابله P متماثل هئ.

پليز ماتريس $P^T = P$ آر P هئ مقابله P متماثل هئ. پليز هئ ماتريس پليز هئ
 و پليز هئ مقابله مرتبه بالتر وجود ندره.

ه $P^T = P$ آر P هئ مقابله مرتبه k لسه. $\nu(P - \lambda_0 I) = k$ لسه.

ه $P^T = P$ متماثل هئ، متماثل هئ.

$$AQ = Q\bar{A}$$

$$\bar{P} = Q^{-1} P Q$$

$$P^T = P$$

مقابل

$$\bar{P}^T = (Q^{-1} P Q)^T \rightarrow \bar{P} = Q^T P^T Q^{-T} = Q^T P Q^{-T}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{P} &= Q^{-1} P Q \\ \bar{P} &= Q^T P Q^{-T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{ماتریس عمودزایل هر وجود ندارد که تحت تبدیل} \\ (Q^{-1} = Q^T)$$

همان P را به $\bar{P}$ همانند برکنه (نه همان عمودزایل شد، ماتریس تبدیل یافته از بردارهای
برای P است)

ماتریس A پارتمتاس خاصه می شود اگر $A^T = -A$ باشد.

دفعه

$$A = \underbrace{\frac{A+A^T}{2}}_{\text{ترک متقارن}} + \underbrace{\frac{A-A^T}{2}}_{\text{ترک پارتمتاس}} \rightarrow \left(\frac{A-A^T}{2} \right)^T = \left(\frac{A^T-A}{2} \right) = - \left(\frac{A-A^T}{2} \right)$$

$$\rightarrow \left(\frac{A+A^T}{2} \right)^T = \left(\frac{A^T+A}{2} \right) = \left(\frac{A+A^T}{2} \right)$$

$$x^T A x = x^T \left(\frac{(A+A^T)}{2} + \frac{(A-A^T)}{2} \right) x = x^T \frac{(A+A^T)}{2} x + x^T \frac{(A-A^T)}{2} x$$

متقارن
بد متقارن

اگر $x \neq 0$ پس $x^T \frac{(A-A^T)}{2} x = 0$

$$x^T \frac{(A-A^T)}{2} x = \frac{1}{2} x^T A x - \frac{1}{2} x^T A^T x$$

اسکار اسکار

(اسکار، ترانپوز با خودی برابر است)

$$\left(-\frac{1}{2} x^T A^T x \right)^T = -\frac{1}{2} x^T A x = -\frac{1}{2} x^T A x$$

$$\Rightarrow x^T \frac{(A-A^T)}{2} = \frac{1}{2} x^T A x - \frac{1}{2} x^T A x = 0$$

فرم مربعی متقارن شده از یک ماتریس متقارن یا یک فرم مربعی متقارن شده است
ماتریس

بررسی اینکه یک ماتریس A چگونه $P.D$ است یا نه
بررسی کنیم $P.D$ بود A هم $P.D$ است
با یک شرط گفته شده

$A^T A :$

$$[A^T][A] = [I] \rightarrow \text{مصفی سینگولر است}$$

$$A_{n \times m}$$

$$n < m$$

 $AA^T :$

$$[A^T][A] = [I] \rightarrow \text{به شرطی که سطرهای A مستقل باشند غیر درجه اول است.}$$

S.V.D

تجزیه به مقادیر سینگولی

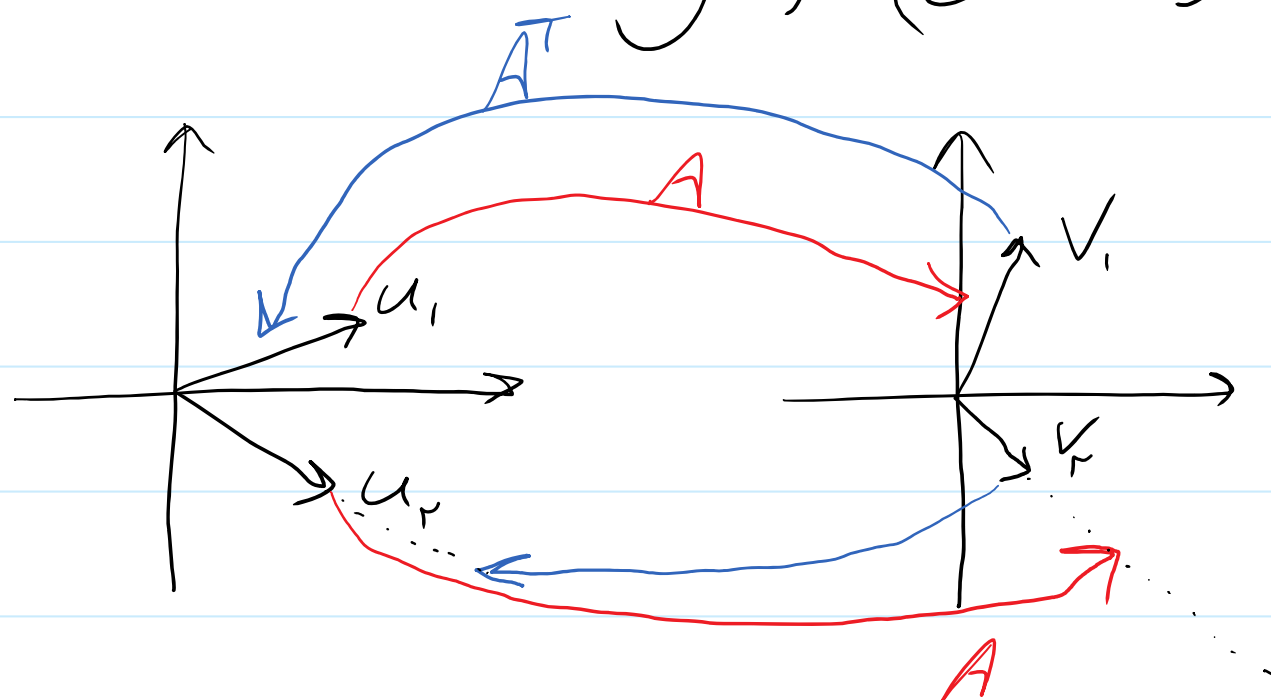
1. (استارهای) برای ماسک های مربعی تعریف می شود.

2. (مقادیر استارهای) هر یک - - می شود در هر یک از سطرهای

 $[A]_{r \times r}$

$$\begin{cases} Au_1 = \sigma_1 v_1 \\ A^T v_1 = \sigma_1 u_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Au_r = \sigma_r v_r \\ A^T v_r = \sigma_r u_r \end{cases}$$



$$\begin{cases} A u_1 = \sigma_1 v_1 \\ A^T v_1 = \sigma_1 u_1 \\ A u_r = \sigma_r v_r \\ A^T v_r = \sigma_r u_r \end{cases}$$

$$A^T A u_1 = A^T (\sigma_1 v_1) = \sigma_1 A^T v_1 = \sigma_1 (\sigma_1 u_1)$$

$$A^T A u_1 = \sigma_1^2 u_1$$

$$A^T A u_r = \sigma_r^2 u_r$$

$$A A^T v_1 = \sigma_1 A u_1 = \sigma_1^2 v_1$$

$$A A^T v_r = \sigma_r^2 v_r$$

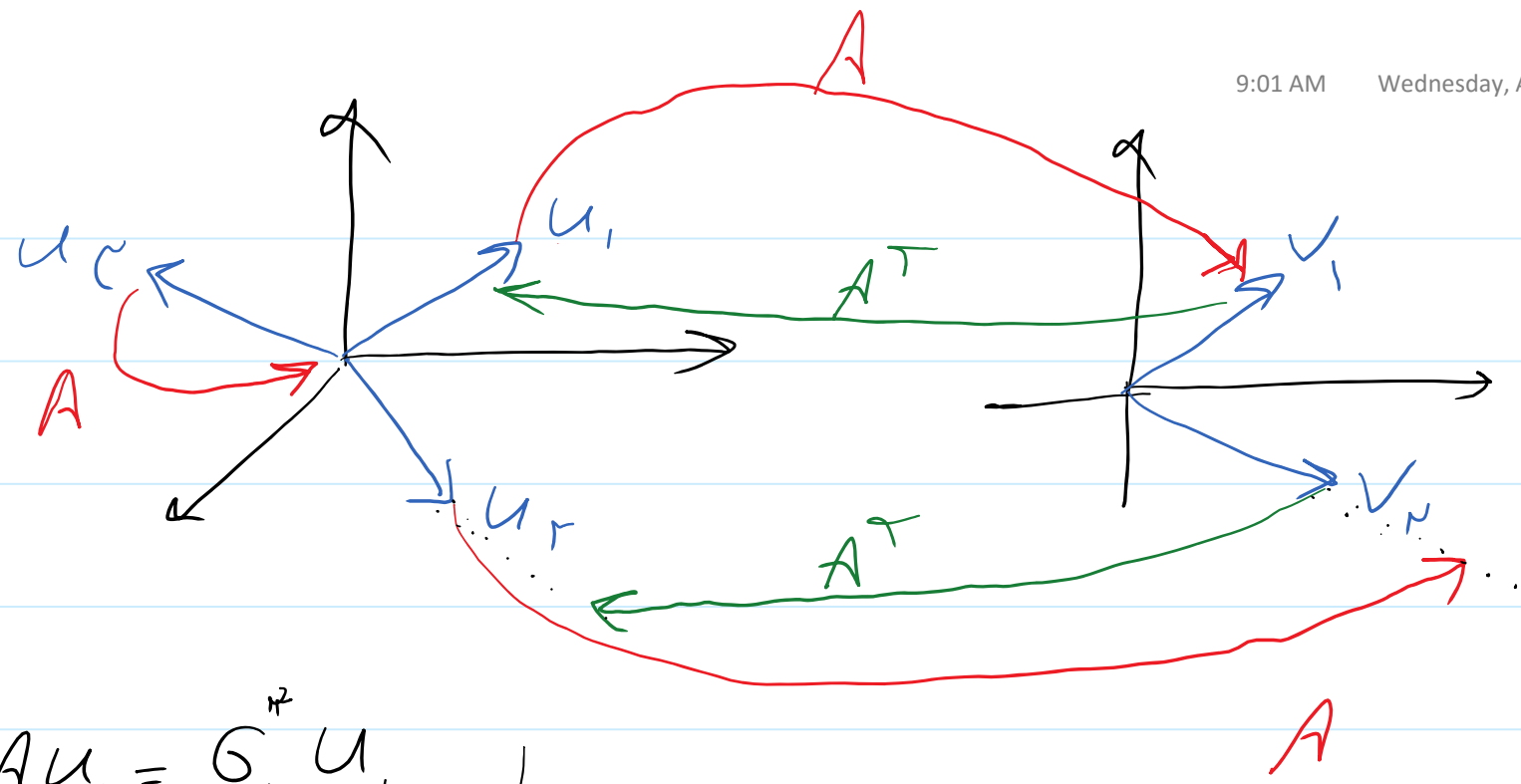
imagine $A^T A$ is a matrix, it's σ_1^2, σ_r^2
 $\sim A A^T \sim \dots$

$$[A u_1 \quad A u_r] = [\sigma_1 v_1 \quad \sigma_r v_r]$$

$$A Q = Q \bar{A}$$

$$A \underbrace{[u_1 \quad u_r]}_U = \underbrace{[v_1 \quad v_r]}_V \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_r \end{bmatrix}}_\Sigma \rightarrow A = V \Sigma U^{-1}$$

$$[A]_{r \times r}$$



$$\begin{cases} Au_1 = \sigma_1 v_1 \\ A^T v_1 = \sigma_1 u_1 \\ Au_r = \sigma_r v_r \\ A^T v_r = \sigma_r u_r \\ Au_{r+1} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A^T A u_1 = \sigma_1^2 u_1 \\ A^T A u_r = \sigma_r^2 u_r \\ A A^T v_1 = \sigma_1^2 v_1 \\ A A^T v_r = \sigma_r^2 v_r \\ A^T A u_{r+1} = 0 \end{cases}$$

$$[Au_1 \quad Au_r \quad Au_{r+1}] = [\sigma_1 v_1 \quad \sigma_r v_r \quad 0]$$

$$A[u_1 \quad u_r \quad u_{r+1}] = [v_1 \quad v_r] \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_r & 0 \end{bmatrix}$$

$r \times r \quad r \times r \quad r \times r \quad r \times r \quad r \times r$

$$A = V \Sigma U^{-1}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_r & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$

$$A = R \Sigma Q^T$$

$m \times n \quad m \times m \quad m \times n \quad n \times n$

Σ : ماتریس قطری شامل مقادیر استثنائی A (تکرار دارد و فقط عناصر منفی نیست)

R : ستون‌های عمود متعامال شده بر یکدیگر در AA^T است

Q : $A^T A$

$$A = R \Sigma Q^T$$

$m \times n$ $m \times n$

چون AA^T متناقصه، $\lambda(AA^T) \leftarrow$ صفتی است

ب- متناقصه $P.d$ ، چون AA^T $P.d$ ، AA^T $P.s.d$ است $\leftarrow$ متناقصه صفتی است

مثبت یا منفی

می توانیم از اونها چند بگیریم و
متناقصه‌های را به دست آوریم.

$P(A) = r$ r تعداد متناقصه‌های غیر صفر A است

عدد نزاع A است $\leftarrow$ r تا ستون اول R ، پایه $\sqrt{\lambda}$ فضای برد A است

$n-r$ تا ستون آخر Q ، پایه عدد نزاع - - - - - تهی است

$m \times n$ $m > n$



$$y = Ax$$

من القان

$$\|A\|_p = \sup_{x \neq 0} \frac{\|y\|_p}{\|x\|_p} = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_p}{\|x\|_p}$$

نور كاتري

Sup من سيار شيب بكاريم لى

$$\|A\|_1 = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_1}{\|x\|_1} = \dots = \max_j \sum_i |a_{ij}|$$

كاريم جمع ستون كاتري

$$\|A\|_r = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_r}{\|x\|_r} = \dots = \sigma(A)$$

كاريم ستون كاتري

$$\|A\|_\infty = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_\infty}{\|x\|_\infty} = \dots = \max_i \sum_j |a_{ij}|$$

كاريم جمع سطر كاتري