

$$y(t) = \underbrace{C e^{A^t} x(0)}_{\text{الجزء المتجانس}} + \underbrace{C \int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau}_{\text{الجزء غير المتجانس}} + D u(t)$$

الجزء المتجانس

$$Y(s) = C \underbrace{L\{e^{At}\} x(0)}_{L\{e^{At}\}} + C \underbrace{L\left\{ \int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau \right\}}_{L\{B u(t)\}} + D U(s)$$

$$Y(s) = C L\{e^{At}\} x(0) + C L\{e^{At}\} B U(s) + D U(s)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \xrightarrow{L}$$

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s)$$

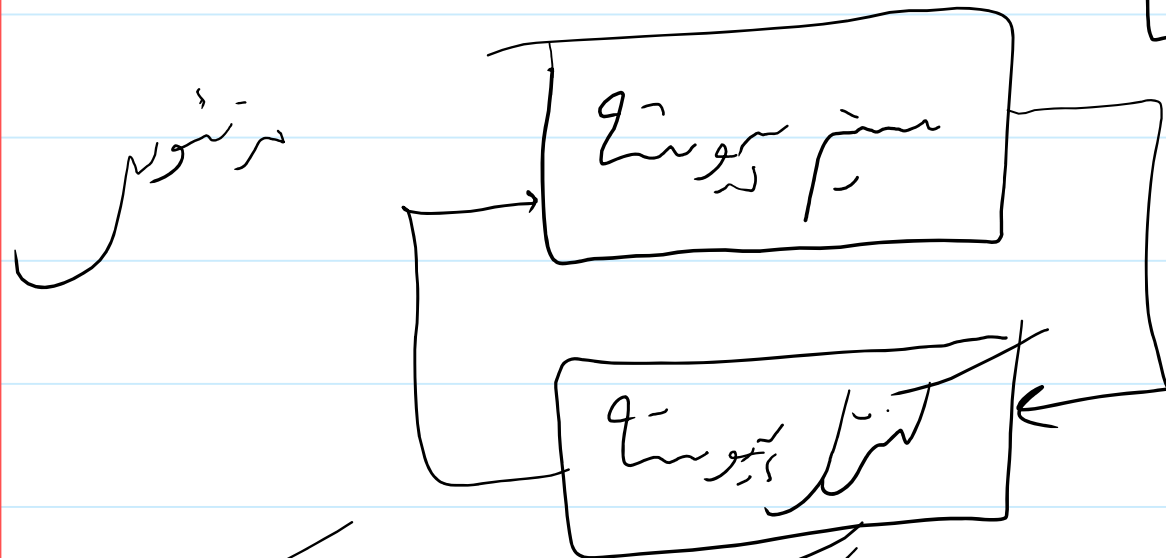
$$Y(s) = CX(s) + DU(s)$$

$$X(s) = (sI - A)^{-1} (x(0) + BU(s))$$

$$\rightarrow Y(s) = C (sI - A)^{-1} x(0) + C (sI - A)^{-1} B U(s) + D U(s)$$

$$L(e^{A^+}) = (SI - A)^{-1}$$

$$e^{A^+} = L^{-1} \{ (SI - A)^{-1} \}$$



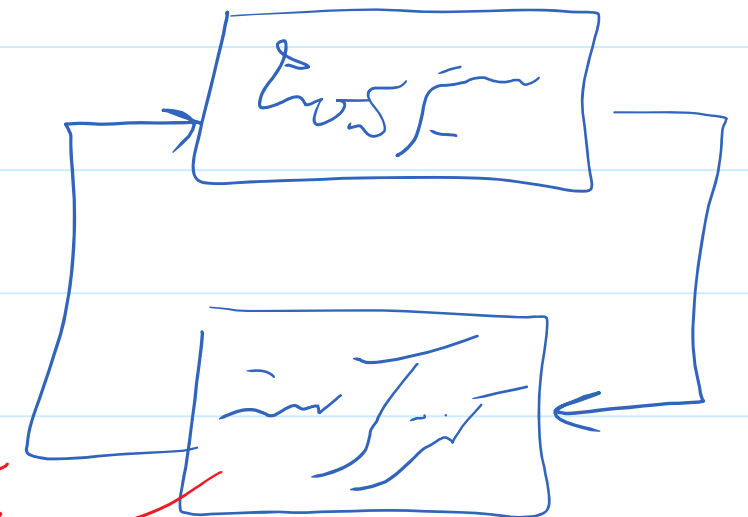
سیستم ساز

بلکه ساختن کنترل کننده، همان کار پیوسته کنترل است

در حالت کلی کنترل پیوسته پیاده‌سازی
را به سبب

پیاده‌سازی به فضای پیوسته بلر یا به سبب تر است

تبدیل



به سبب اینکه در این سیستم به کربا با دس و فردی این را برآورد

و به سیستم پیوسته ← سیستم دیجیتال
کنترل پیوسته ← کنترل دیجیتال

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) + D u(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x[k+1] = A_d x[k] + B_d u[k] \\ y[k] = C_d x[k] + D_d u[k] \end{pmatrix}$$

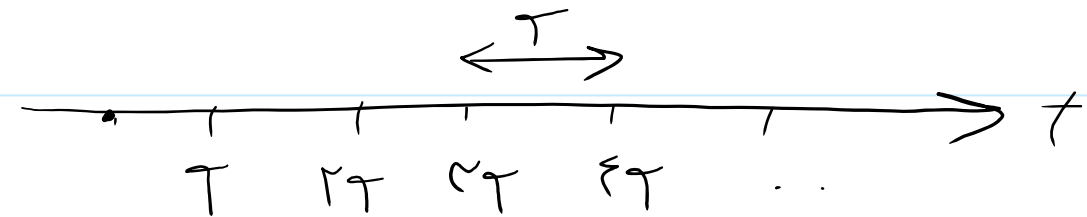
نشان بده که A_d, B_d, C_d, D_d به صورت زیر می باشد: $A_d = I + TA, B_d = TB, C_d = C, D_d = D$

$$\dot{x}(t) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{x(t+T) - x(t)}{T}$$

$$\dot{x}(t) \approx \frac{x(t+T) - x(t)}{T}$$

$$x(t+T) - x(t) = T A x(t) + T B u(t)$$

$$x(t+T) = (I + TA) x(t) + T B u(t)$$



ت عدد گویا
(زمان نمونه برداری)

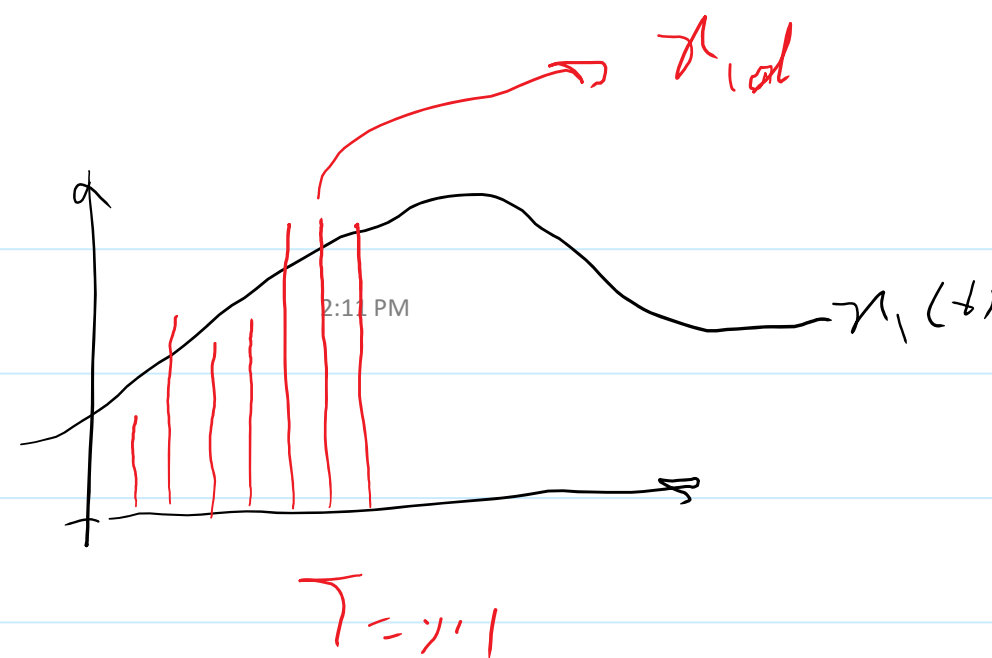
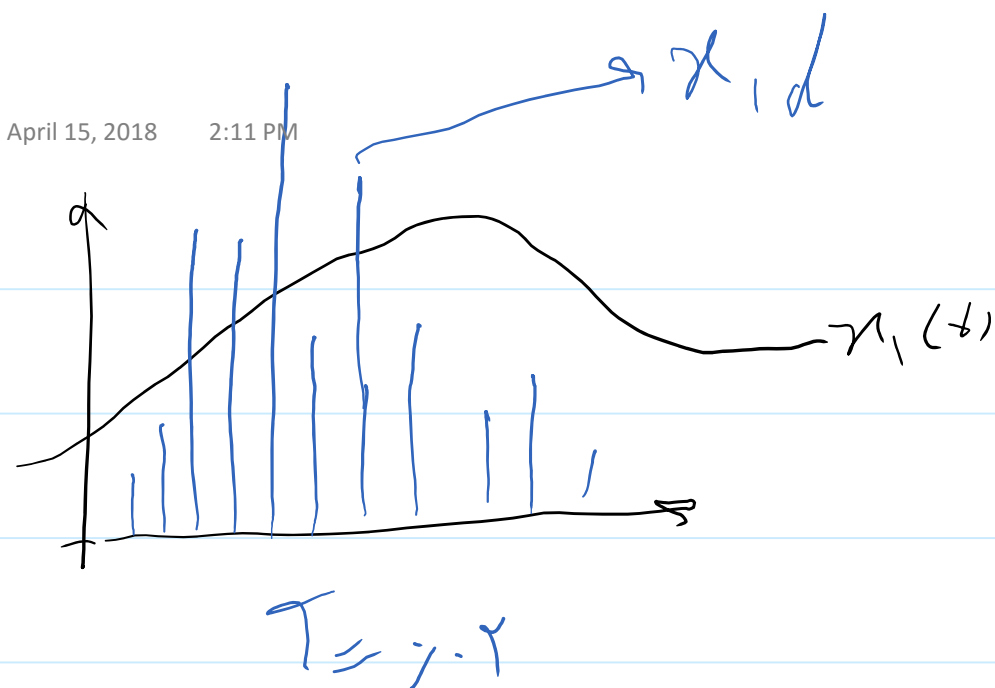
$$t = kT \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$x(kT) \rightarrow x[k]$$

$$x((k+1)T) = (I + TA) x(kT) + T B u(kT)$$

$$x[k+1] = (I + TA) x[k] + T B u[k]$$

$$\rightarrow \begin{cases} A_d = I + TA \\ B_d = TB \\ C_d = C \\ D_d = D \end{cases} \quad \text{که همان رابطه است}$$

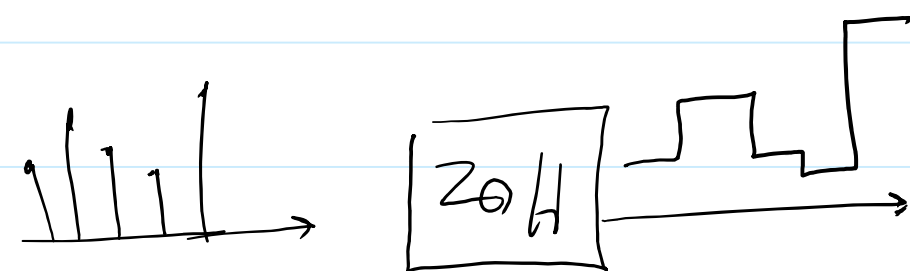


با کلاس T ، غرض است که Δ مقدار چقدر چقدر kT نزدیک تر است

در هر صورت، مقدار است غرض است که Δ مقدار چقدر چقدر kT نزدیک تر است

در هر صورت، مقدار است غرض است که Δ مقدار چقدر چقدر kT نزدیک تر است

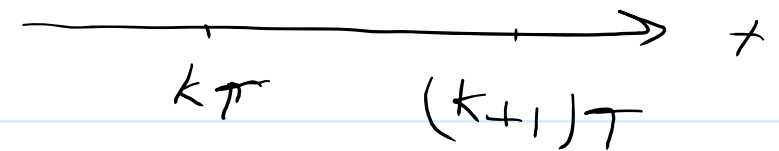
در هر صورت، مقدار است غرض است که Δ مقدار چقدر چقدر kT نزدیک تر است



از غرض وجود دارد که در مرتبه اول، در هر صورت، مقدار است غرض است که Δ مقدار چقدر چقدر kT نزدیک تر است

$$u(t) = u(kT) \quad kT < t < (k+1)T$$

$$\underbrace{(A, B, C, D)}_{\text{fully}} \rightarrow x(t) = e^{At} x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau$$



$$x[k] \leftarrow x(kT) = e^{AkT} x(0) + \int_0^{kT} e^{A(kT-\tau)} B u(\tau) d\tau$$

$$x[k+1] \leftarrow x((k+1)T) = e^{A(k+1)T} x(0) + \int_0^{(k+1)T} e^{A((k+1)T-\tau)} B u(\tau) d\tau$$

$$x((k+1)T) = e^{AT} e^{AkT} x(0) + \int_0^{kT} e^{A((k+1)T-\tau)} B u(\tau) d\tau + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A((k+1)T-\tau)} B u(\tau) d\tau$$

$$x((k+1)T) = e^{AT} \left(x(kT) \right) + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A((k+1)T-\tau)} B u(\tau) d\tau$$

$$x((k+1)T) = e^{AT} x(kT) + \int_0^T e^{A\alpha} d\alpha B u(kT)$$

$d\tau = -d\alpha$
 $\tau = kT \rightarrow \alpha = T$
 $\tau = (k+1)T \rightarrow \alpha = 0$

$B u(kT)$
 (Note: $u(kT)$ is constant over the interval $[kT, (k+1)T]$)

$$A_d = e^{AT} \quad B_d = \left(\int_0^T e^{A\alpha} d\alpha \right) B \quad C_d = C \quad D_d = D$$

نمونه $x(kT)$ ، $x[k]$ گفته می شود. $60T$ هر یک ثانیه.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$e^{A\alpha} = I + A\alpha + \frac{A^2\alpha^2}{2!} + \frac{A^3\alpha^3}{3!} + \dots$$

$$\int_0^T e^{A\alpha} d\alpha = IT + \frac{AT^2}{2!} + \frac{A^2T^3}{3!} + \dots$$

$$e^{AT} = I + AT + \frac{A^2T^2}{2!} + \frac{A^3T^3}{3!} + \dots$$

$$A \int_0^T e^{A\alpha} d\alpha = \underbrace{e^{AT}}_{A_d} - I$$

$$B_d = A^{-1}(A_d - I)B$$

درج - A معرّفی از ریاضی متل از رابطه $AA^{-1} = I$ استفاده کرد.