

ماتريks

$$x[k+1] = Ax[k] + Bu[k]$$

نحتاج $x[0]$
 $u[1], u[2], \dots$

$$x[1] = Ax[0] + Bu[1]$$

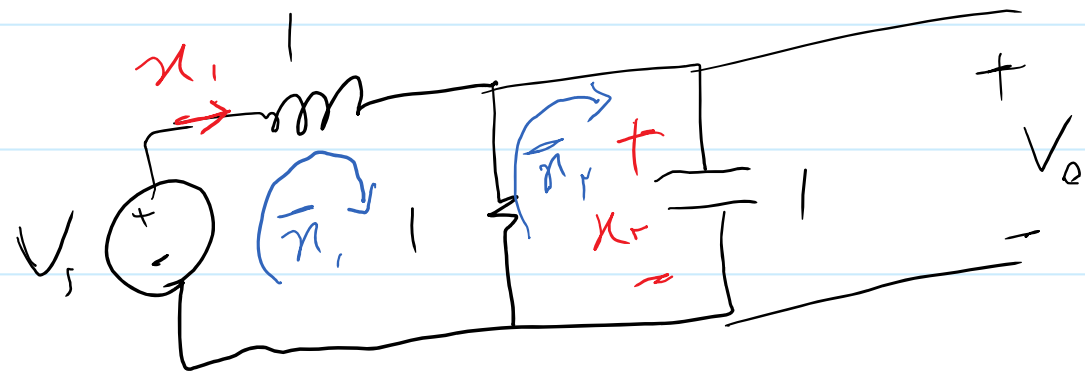
$$x[2] = A x[1] + Bu[2] = A^2 x[0] + A B u[0] + B u[1]$$

$$x[3] = A x[2] + Bu[3] = A^3 x[0] + A^2 B u[0] + A B u[1] + B u[2]$$

⋮

$$x[k] = A^k x[0] + \sum_{m=0}^{k-1} A^m B u[k-1-m]$$

$$y[k] = C x[k] + D u[k]$$



$$x_1 = x_r + \dot{x}_r$$

$$V_s = \dot{x}_1 + x_r$$

Jaeger

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_r \end{bmatrix}$$

$$u = V_s$$

$$y = V_o$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_r + u \\ \dot{x}_r = x_1 - x_r \\ y = x_r \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, D = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_1 &= x_1 \\ \bar{x}_1 - \bar{x}_r &= x_r \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} \bar{x}_1 = x_1 \\ \bar{x}_r = x_1 - x_r \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1 &= \dot{x}_1 = -x_r + u = \bar{x}_r - \bar{x}_1 + u \\ \dot{\bar{x}}_r &= \dot{x}_1 - \dot{x}_r = -x_r + u - (x_1 - x_r) = -x_1 + u \\ &= -\bar{x}_1 + u \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = -\bar{x}_1 + \bar{x}_r + u \\ \dot{\bar{x}}_r = -\bar{x}_1 + u \\ y = \bar{x}_1 - \bar{x}_r \end{cases}$$

$$\begin{aligned} V_o &= \bar{x}_1 - \bar{x}_r \\ \dot{\bar{x}} &= \bar{A} \bar{x} + \bar{B} u \\ y &= \bar{C} \bar{x} + \bar{D} u \end{aligned}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}, \bar{D} = 0$$

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_P \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \longrightarrow \bar{x} = Px$$

~ P ماتریس معکوس پذیر است.

ماتریس حالت:

(ترکیب هر خط از حالتها موجود برای تولید به عنوان حالت جدید معرفی کرد)
مستقل

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

$$\bar{x} = Px \quad (P \text{ معکوس پذیر})$$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u \\ y &= \bar{C}\bar{x} + \bar{D}u \end{aligned}$$

$$\dot{\bar{x}} = P\dot{x} = P(Ax + Bu) = PA(P^{-1}\bar{x}) + PBu$$

$$y = C(P^{-1}\bar{x}) + Du$$

$$\begin{cases} \bar{A} = PA P^{-1} \\ \bar{B} = PB \\ \bar{C} = C P^{-1} \\ \bar{D} = D \end{cases}$$

ماتریس تبدیل همانند $Q^{-1}AQ$ می باشد.

$$\bar{\Delta}(s) = \det(sI - \bar{A}) = \det(sI - PAP^{-1}) = \det(P(sI - A)P^{-1})$$

$$= \det(P) \det(sI - A) \det(P^{-1}) = \det(sI - A) = \Delta(s)$$

تبدیل هانس تابع تبدیل سیستم را تغییر نمی دهد.

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

$$\bar{G}(s) = \bar{C}(sI - \bar{A})^{-1}\bar{B} + \bar{D} = C P^{-1} (sI - PAP^{-1})^{-1} P B + D = C \underbrace{(P(sI - A)P^{-1})^{-1}}_{P(sI - A)^{-1}P^{-1}} P B + D = C(sI - A)^{-1}B + D$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{G}(s) = G(s)}$$

تبدیل هانس تابع تبدیل سیستم را تغییر نمی دهد.
(سیستم تغییر نمی کند، ورودی - خروجی هم تغییر نمی کند)
(بیان و توصیف رفتار سیستم تغییر نمی کند)

$$(A, B, C, D) \xrightarrow{P^{-1}, P} (\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D})$$

(مطلوبه سیستم در حالت معادل)

حاصل حالت صفر:
در سیستم حاصل حالت صفر تا مدیه می شوند. اثر تابع تبدیل یکسانی داشته باشند.
(الزهی بنویسید که تعداد حاصل حالت صفر در تابع تبدیل یکسان باشند)

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

$$\bar{G}(s) = \bar{C}(sI - \bar{A})^{-1}\bar{B} + \bar{D}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

$$(sI - A)^{-1} = \left(s \left(I - \frac{A}{s}\right)\right)^{-1} = s^{-1} \left(I - \frac{A}{s}\right)^{-1} = s^{-1} \left(I + \frac{A}{s} + \frac{A^2}{s^2} + \frac{A^3}{s^3} + \dots\right)$$

$$(sI - A)^{-1} = s^{-1}I + A s^{-2} + A^2 s^{-3} + A^3 s^{-4} + \dots$$

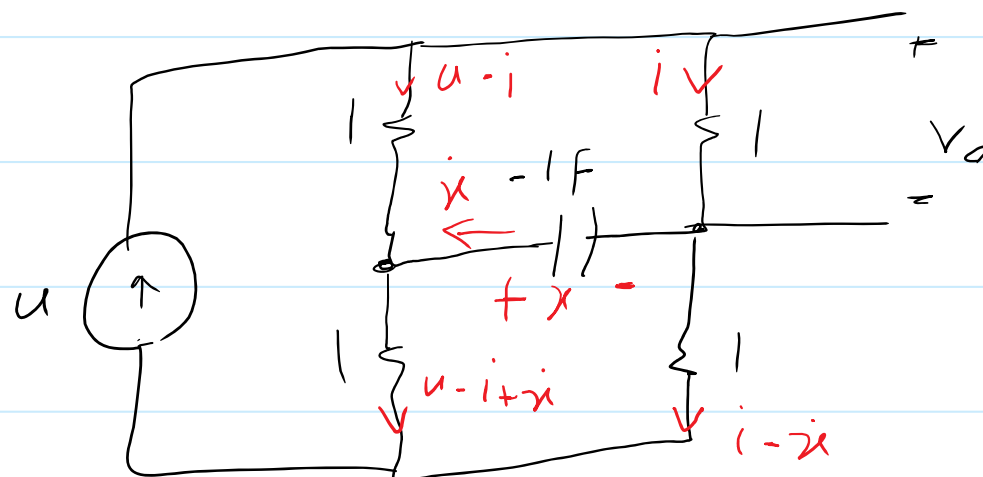
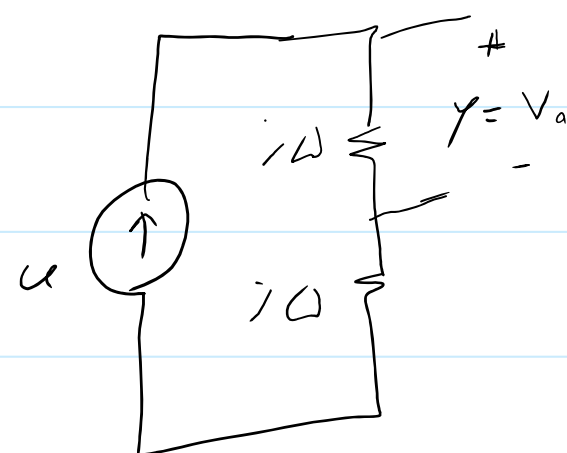
$$C(sI - A)^{-1}B = s^{-1}CB + CA B s^{-2} + CA^2 B s^{-3} + CA^3 B s^{-4} + \dots$$

$$\bar{D} = D$$

$$\bar{C} \bar{A}^m \bar{B} = C A^m B$$

$$m = 0, 1, 2, \dots \} \Leftrightarrow G(s) = \bar{G}(s)$$

در سیم چال کلاس صفر تا بیست و یک



$$i - x - (u - i) = 0$$

$$i = \omega(x + u)$$

$$i - x - (u - i + x) + x = 0$$

$$-x = -i + u$$

$$x = i - \omega u = \omega x + \omega u - \omega u$$

$$\begin{cases} x = \omega x \\ y = \omega x + \omega u \end{cases}$$

$$\bar{A} = \omega \quad \bar{B} = 0$$

$$\bar{C} = \omega \quad \bar{D} = \omega$$

$$\bar{D} = D \quad \checkmark$$

$$C A^m B = \bar{C} \bar{A}^m \bar{B} \quad \checkmark$$

$\Rightarrow$ در سیم چال کلاس صفر تا بیست و یک