

مدل سازی

1

سرفصل

- مدل سازی سیستم های مکانیکی
- مدل سازی سیستم های هیدرولیکی
- مدل سازی سیستم های نیوماتیکی
- مدل سازی سیستم های حرارتی

مدل سازی

❑ **مدل سازی**، بیان رفتار سیستم فیزیکی واقعی توسط معادلات ریاضی است.

❑ در ادبیات مهندسی کنترل، عبارت **مدل ریاضی** به مجموعه ای از معادلات دیفرانسیل گفته می شود که توسط آن می توان رفتار دینامیکی پروسه را توصیف کرد.

❑ مجموعه معادلات دیفرانسیلی توصیف کننده رفتار یک سیستم فیزیکی توسط قوانین فیزیکی حاکم بر پروسه به دست می آیند.

مدل سازی

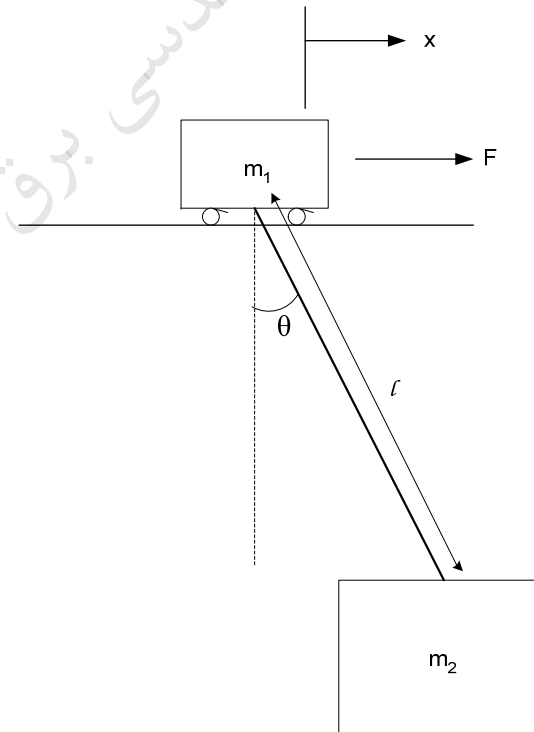
چگونه می توان مدل ریاضی را بدست آورد؟

قوانین فیزیکی پروسه ← معادلات دیفرانسیل

- سیستم های الکتریکی ← قوانین کیرشهف
- سیستم های مکانیکی ← قوانین نیوتن
- سیستم های هیدرولیکی ← قوانین پاسکال
- سیستم های حرارتی ← قوانین ترمودینامیک

مدل سازی

مثال: Crane System



$$(m_1 + m_2)\ddot{x} + m_2\ell\ddot{\theta} = F$$

$$\ddot{x} + \ell\ddot{\theta} + g\theta = 0$$

سیستم مکانیکی

□ در سیستم های مکانیکی سه عنصر اصلی وجود دارد.

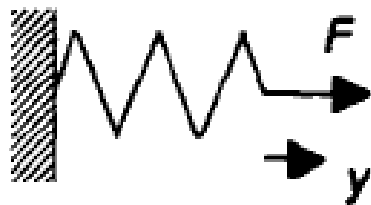
❖ جرم

❖ فنر

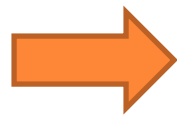
❖ دمپر

□ که توسط معادله (دیفرانسیل) بین نیرو و جابجایی تعریف می شوند.

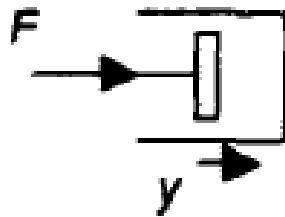
سیستم مکانیکی



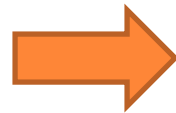
Spring



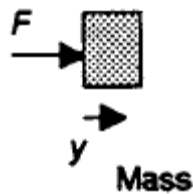
$$F = ky$$



Dashpot



$$F = c \frac{dy}{dt}$$

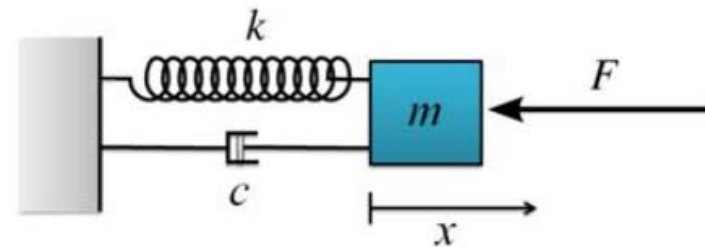
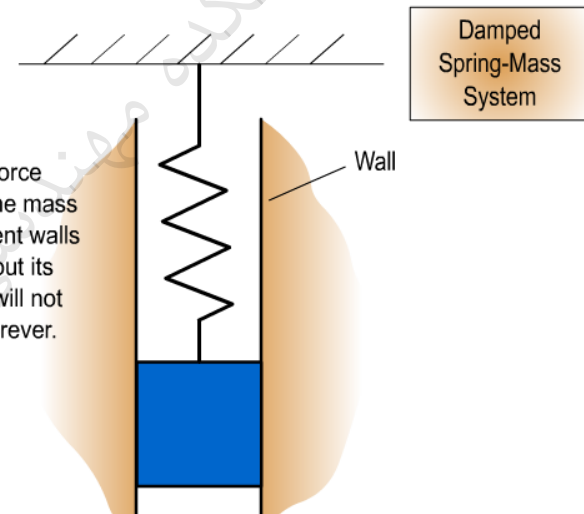


Mass



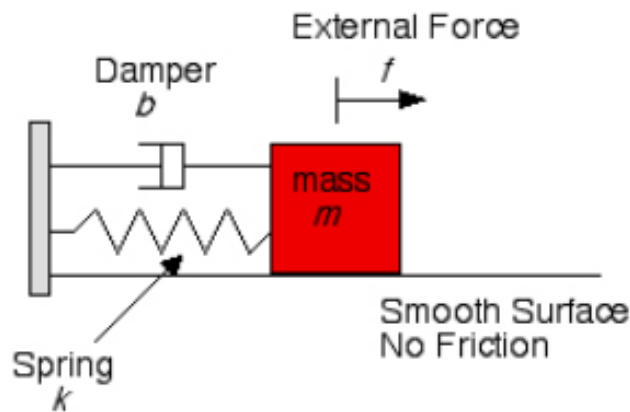
$$F = m \frac{d^2y}{dt^2}$$

Frictional force between the mass and adjacent walls dampens out its motion. It will not oscillate forever.



سیستم مکانیکی

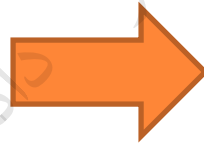
سیستم جرم - فنر - دمپر



$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f$$

$$x_1 = x \quad x_2 = \dot{x}$$

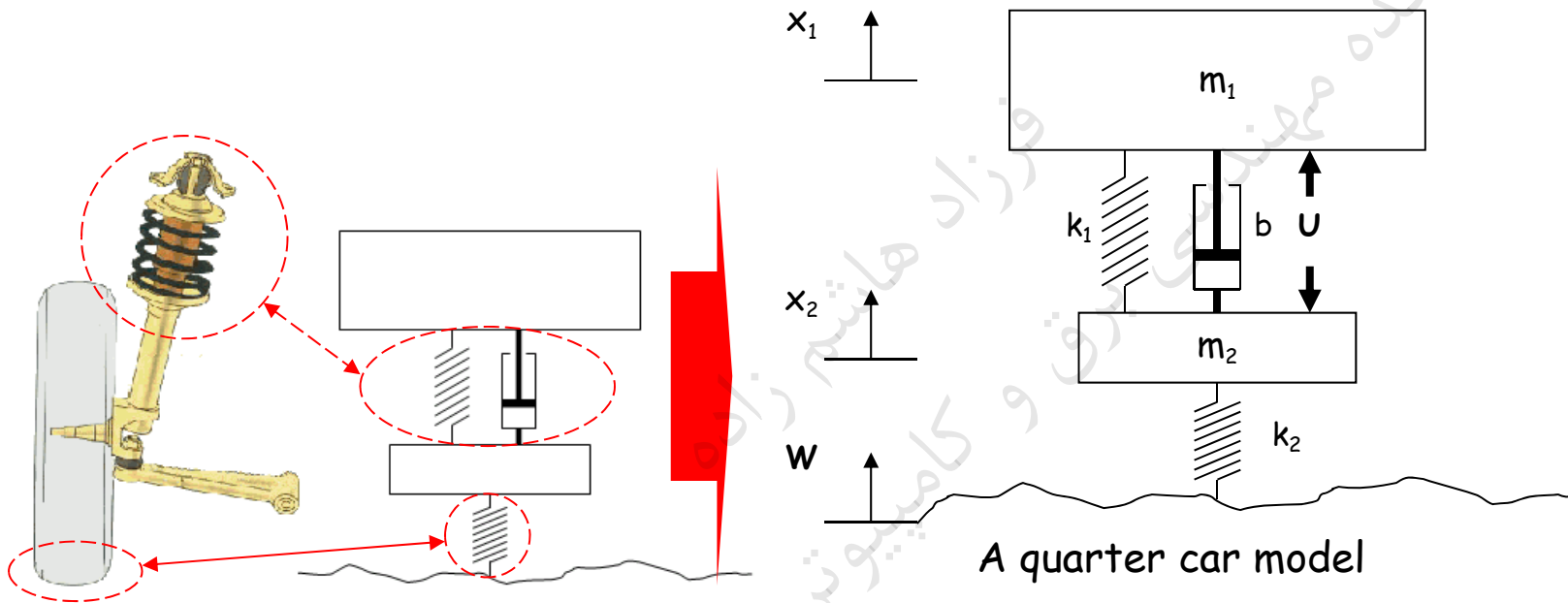
بیان فضای حالت



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 + \frac{b}{m} \end{cases}$$

سیستم مکانیکی

سیستم تعلیق خودرو



$$\ddot{x}_1 = \frac{b(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1(x_2 - x_1) + U}{m_1}$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{-b(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_1(x_2 - x_1) + k_2(W - x_2) - U}{m_2}$$