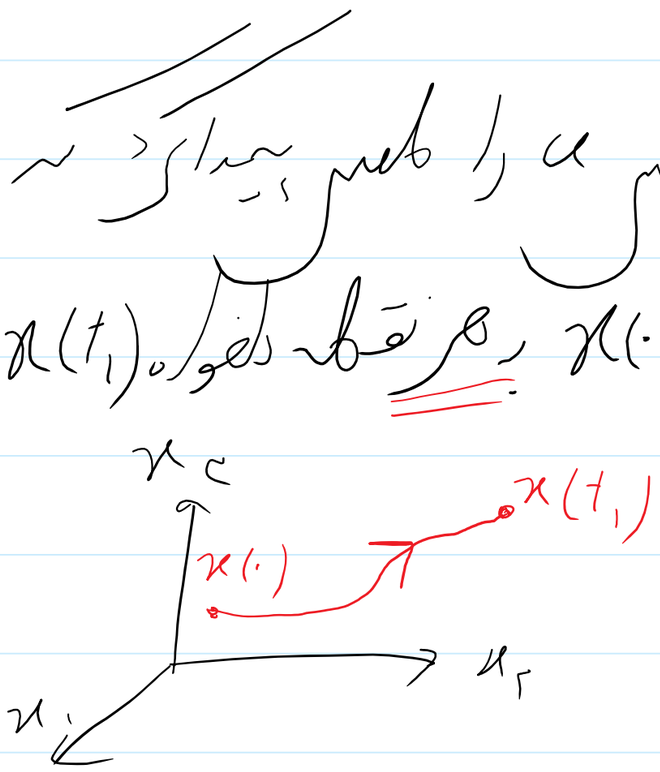
Sunday, May 13, 2018 2:14 PM

جلسه هجدهم

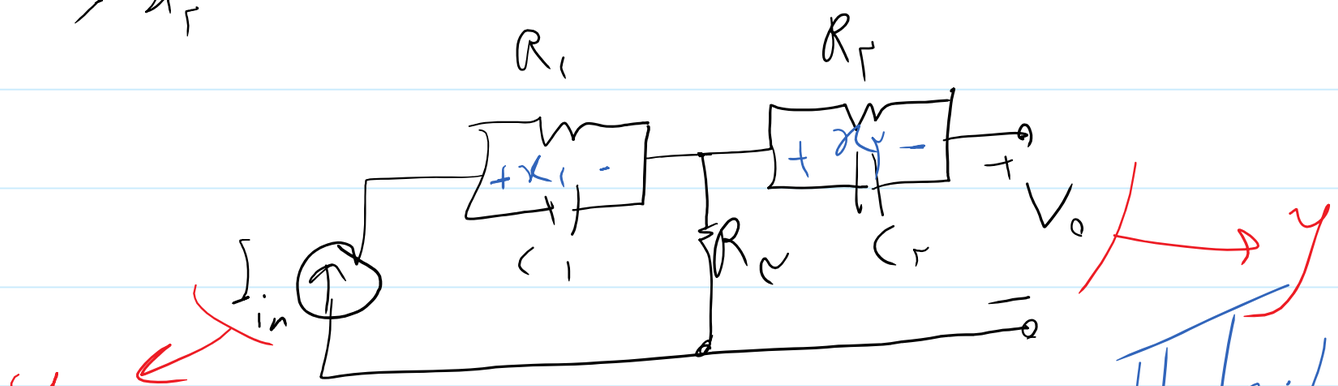
کنترل پذیری و رویت پذیری

سیستم کنترل پذیر نامیده می‌شود، اگر بتوان ورودی u را طوری پیدا کرد که در زمان محدود t_1 بتوان حالت‌ها را از هر نقطه دلخواه $x(0)$ به هر نقطه دلخواه $x(t_1)$ منتقل کرد.



کنترل پذیری

چون I_{in} بر C_2 تاثیری نمی‌گذارد تا x_2 را بتوانیم جابجا کنیم.



Sunday, May 13, 2018 2:14 PM

$\dot{x} = Ax + Bu$
$y = Cx + Du$

کنترل پذیری معادله ریاضی

اگر سیستم به تعریف کنترل پذیر باشد صدق کند

زوج (A, B) کنترل پذیر است اگر و فقط اگر

$\rho(C) = n$ ①

$C \triangleq [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$ ماتریس کنترل پذیری

فقط در حالتی که مقادیر ویژه A ساده، مرتبه $A - \lambda I$ کامل باشد.

$\rho[A - \lambda_i I \quad B] = n$ ②
$\forall \lambda_i$

اگر A پایدار) $AW_c + W_c A^T = -BB^T$ ③
(ساده)

W_c داشته باشد.

$W_c = \int_0^t e^{A\tau} B B^T e^{A^T \tau} d\tau$ ④ کنترل پذیری

پس $\forall t > 0$، W_c نامنفرد باشد. ⑤

انسجام کنترل پذیری:

$B = [b_1\ b_2 \cdots b_p]_{n\times p}$ p: تعداد ستون

$AB = [Ab_1\ Ab_2 \cdots Ab_p]$

$C = [b_1\ b_2 \cdots b_p\ \ Ab_1\ Ab_2 \cdots Ab_p\ \ A^2b_1\ A^2b_2 \cdots A^2b_p\ \cdots\ A^{n-1}b_1\ A^{n-1}b_2 \cdots A^{n-1}b_p]$

$[b_1\ Ab_1 \cdots A^{n-1}b_1]$ ← ماتریس کنترل پذیری

مرتبه کامل باشد

اگر تعداد ستون های مستقل خطی از b_1 تا b_p را m_1 تا m_p نشان دهیم، m_i ها اندیس های کنترل پذیری نامیده می‌شوند

که در آن $m_1 + m_2 + \cdots + m_p = n$ است

$\mu = \max\{m_i\}$ ← اندیس کنترل پذیری

Bu

$n \times 2$ $\quad 2 \times 1$

$B = [b_1 \; b_2]$

فرض

$b_2 = \alpha b_1$

$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$

$$Bu = b_1 u_1 + b_2 u_2 = b_1 u_1 + \alpha b_1 u_2 = b_1 (\underbrace{u_1 + \alpha u_2}_{u_{new}})$$

$$\dot{x} = Ax + Bu \longrightarrow \dot{x} = Ax + b_1 u_{new}$$

$$\bar{C} = [\bar{B} \; \bar{A}\bar{B} \; \bar{A}^2\bar{B} \dots \bar{A}^{n-1}\bar{B}]$$

تبدیل حالت کنترل پذیر سیستم را تغییر می‌دهد

$$= [PB \; PAP^{-1}PB \; PAP^{-1}PAP^{-1}PB \dots PA^{n-1}B]$$

$\bar{A} = PAP^{-1}$

$\bar{B} = PB$

PAB $\qquad$ PA^2B

$$= P[B \; AB \; A^2B \dots A^{n-1}B] \longrightarrow \bar{C} = PC \rightarrow \rho(\bar{C}) = \rho(C)$$

مثال صفحه بعد:

سیستم مشاهده پذیر نامینیمی است، آیا با داشتن اطلاعات ورودی و خروجی در بازه زمانی محدود، میتوان حالت اولیه سیستم را محاسبه کرد.



$u(t)$
$y(t)$ $\longrightarrow x(10)$

$10 \le t \le 12$