

جلسه شانزدهم:

پایه ← ورس - فربج
 داخلی

BIBO:

ورس - فربج - فربج - فربج

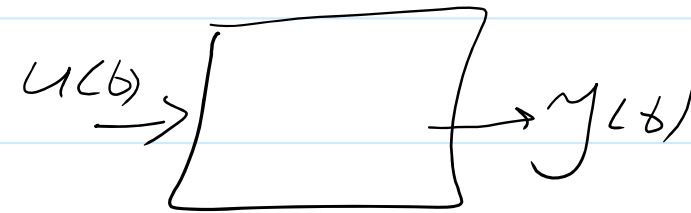
سیتر BIBO: تا بهر شود، اگر ورس محدود
 - سیتر اعمال شود، منبر - فربج محدود شود

سیتر BIBO $\longleftrightarrow$ پایه فربج - سیتر $\longleftrightarrow$ $m < \int_0^\infty |d\sigma(\omega)|$
 انتگرال نه پایش

مربای - سیتر $\longleftrightarrow$ انتگرال نه پایش، فربج نه کرد - سیتر - فربج نه کرد - سیتر نه کرد - سیتر نه کرد
 (سیتر - سیتر)

دقت شود به بزرگ درس ها و در هر بررسی (بچه BZB)

تایم تبدیل $\rightarrow$ $G(s)$
 پاسخ $g(t)$



BZB
 اگر $\rightarrow$

پله $u(t) = a \cdot 1(t)$

$y(t) = G(s) \cdot a$
 در حالت پایدار

$u(t) = A \sin \omega t$

$y(t) = A |G(j\omega)| \sin(\omega t + \angle G(j\omega))$
 در حالت پایدار

خرید به ازای این سیستم

LT I سیستم $\leftrightarrow$ BZB

نمودار قطب و صفر $G(s)$ در صفحه

صفحه مختلط (نمودار) (نمودار حتما)
 (نمودار قطب و صفر در صفحه مختلط)

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \rightarrow \text{BIBO}$$

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s-2)} \rightarrow \text{BIBO}$$

$$G(s) = \frac{s-2}{(s+1)(s-2)} \rightarrow \text{CIBO}$$

$$G(s) = \frac{s-2}{(s+1)(s-2)^2} \rightarrow \text{BIBO}$$

$$G(s) = \frac{1}{(s^2+1)(s+2)} \rightarrow$$

BIBO
نیت

$$U(s) = \frac{1}{s^2+1} \leftarrow u(t) = \sin t$$

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{1}{(s^2+1)^2(s+2)}$$

نیت کلاسیک، نیت کلاسیک

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s^2+1)^2} + \frac{1}{(s+2)} \right\}$$

$y(t)$ نیت کلاسیک

نیت کلاسیک + $\sin(\omega t + \phi)$ نیت کلاسیک

$$(A, B, C, D) \rightarrow G(s) = C(LsI - A)^{-1}B + D = \frac{C \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \end{bmatrix} B}{\det(sI - A)} + D = \frac{C \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \end{bmatrix} B + D \det(sI - A)}{\det(sI - A)}$$

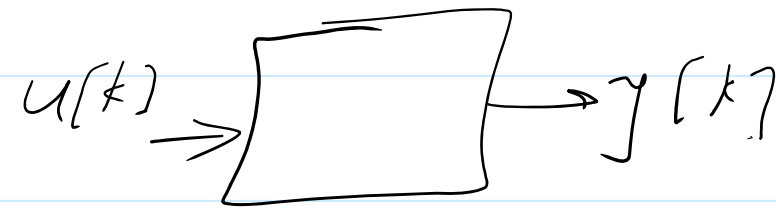
/ مثال دیگر، ϕ می باشد - جز ($\det(SI-A)=0$) که باید با شرایط آنکای هم سازگار باشد.

اعمالی از صورت ~ (قریباً) همان تاب تاب می آید. (اصولاً) در ستون $\leftarrow$

برای سنجش

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |g[k]| < \infty \iff \text{BIBO}$$

→ $k=0$ $\leftarrow$ پاسخ فرد: سیم طاقاً جمع به برابری



$G(z)$ کا مقابله $\iff$ $B_1 B_0$
 $G(z) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k) z^{-k}$

پایه داخلی: با توجه به حالت $\dot{x} = Ax$ بررسی می‌شود.

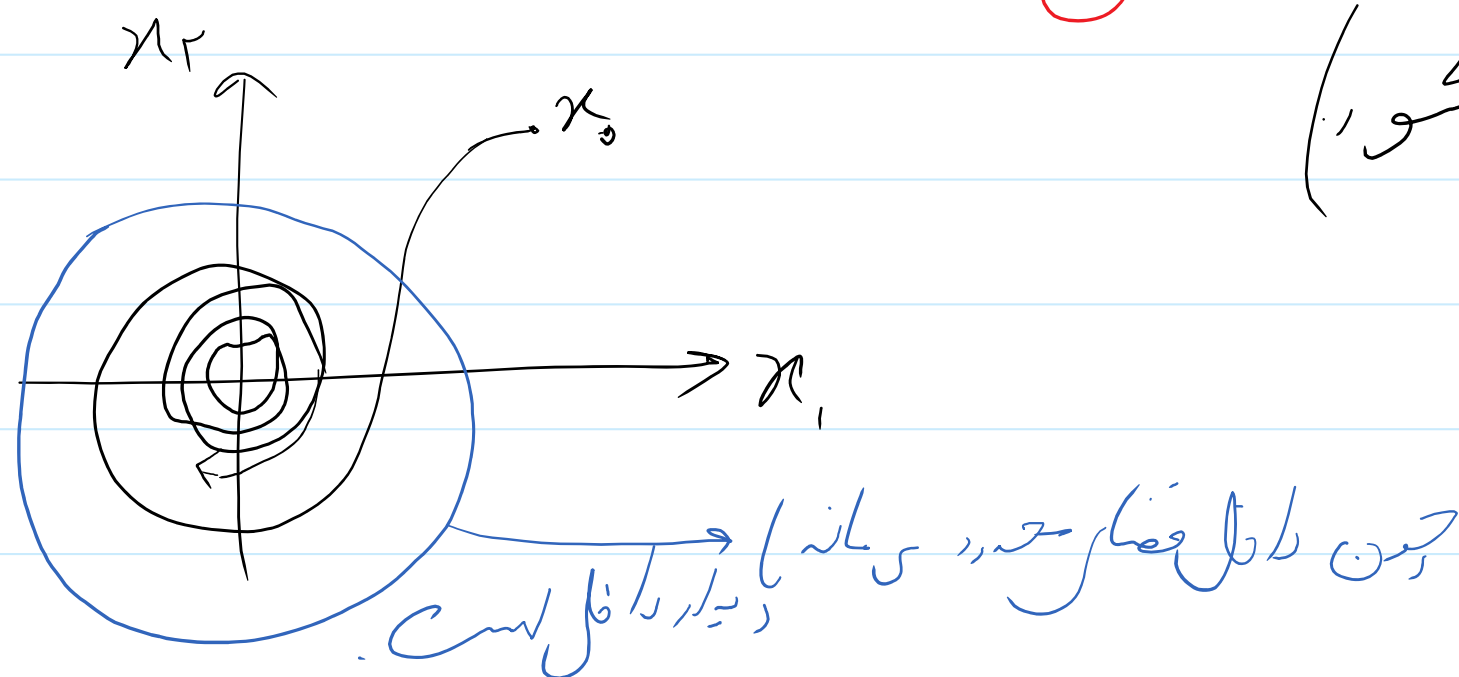
(مثال A, B, C, D ؟)

سیستم پایدار داخلی نامیده می‌شود، اگر از هر شرط اولیه محدود، $x(0) = x_0$ شروع کند، حالت‌های $x(t)$

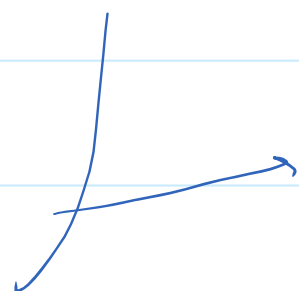
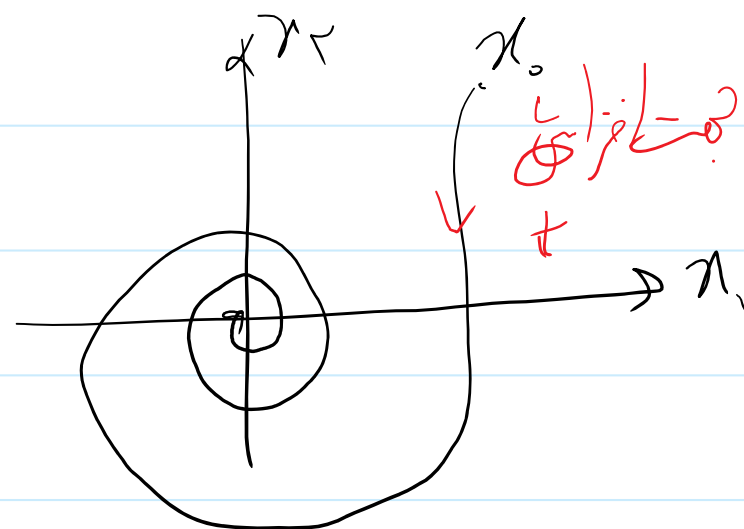
$$\dot{x} = Ax$$

تجاسی درسی‌های برکتر $x(t)$ محدود بماند.

(پایه داخلی، پایه‌های از نظر لیاپانوف نزناسیده می‌شوند)



سیستم پایدار جانبی نامیده می‌شود، اگر از هر شرط اولیه محدود، $x(0) = x_0$ شروع کند، حالت‌های $x(t)$ نه تنها محدود بماند بلکه با $t \rightarrow \infty$ به سمت مبدأ میل کند.



پایه‌ها

ارتباط پایه‌ها با ماتریس A : $(x = Ax)$

سیستم پایدار جانی است $\Leftrightarrow$ مقادیر ویژه A همه منفی باشند
 سیستم پایدار داخلی است $\Leftrightarrow$ مقادیر ویژه A همه بی، یا در محور حقیقی باشند و آنهایی که
 در محور حقیقی هستند، ریشه‌های w چندجمله‌ای می‌نمایند باشند

مثال $\leftarrow$

$$x = Ax$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Delta(\lambda) = (\lambda + 1)(\lambda + 2)\lambda^2$$

$$\varphi(\lambda) = (\lambda + 1)(\lambda + 2)\lambda \Rightarrow \text{سیستم پایدار داخلی است}$$

به محض مشاهده مقایسه شکل در محور و محور نتیجه هر یک است یا به داخل نیست

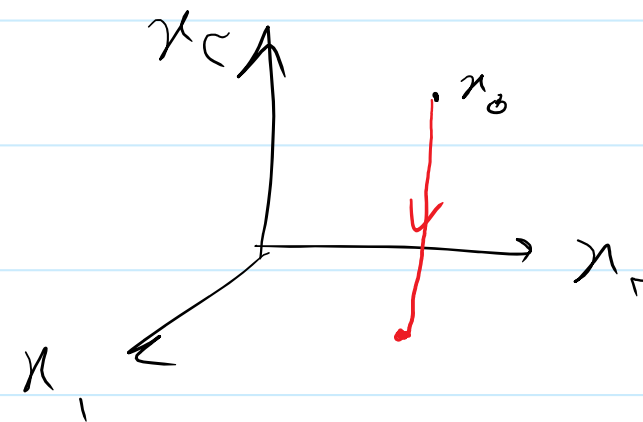
با توجه به شکل می بینیم که اگر در Δ نیز رابطه ها در محور و محور است یا به داخل
نقشه بود

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} x \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = 0 \\ \dot{x}_2 = 0 \\ \dot{x}_3 = -x_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1(t) = x_1(0) \\ x_2(t) = x_2(0) \\ x_3(t) = e^{-t} x_3(0) \end{cases}$$

$$x(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{bmatrix}$$

Δ ، به شکل در محور و محور $\Delta(b) = \lambda^2(b+1)$

ψ ، به شکل در محور و محور $\psi(b) = (b+1)b$



$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} x \longrightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \longrightarrow x_1(t) = t x_2(\cdot) + x_1(\cdot) \\ \dot{x}_2 = 0 \longrightarrow x_2(t) = x_2(\cdot) \\ \dot{x}_3 = -x_3 \longrightarrow x_3(t) = e^{-t} x_3(\cdot) \end{cases}$$

$$\Delta(\lambda) = (\lambda + 1) \lambda^2 \quad x_1(t) \text{ به } \infty \text{ میل کند، سیستم پایدار داخلی نیست}$$

$$\psi(\lambda) = (\lambda + 1) \lambda^2 \longrightarrow \begin{aligned} &\text{چون در جنبه مطلق همگرا} \\ &\text{ریشه متکامل در محور دوهیم داریم. سیستم پایدار داخلی نیست.} \\ &\text{(ناپایدار است)} \end{aligned}$$