جلسه نوزدهم:

سیستم مشاهده پذیر نامیده می‌شود اگر $x(0)$ ، $\forall$ محسوس وجود داشته باشد تا اطلاعات $t_1 > 0$

$y(t)$ و $u(t)$ در بازه زمانی $0 < t < t_1$ کافی باشد تا بتوان $x(0)$ را محاسبه کرد.

← یعنی تعریف مشاهده پذیری در دنیای سیستم مربوط صحبت می‌کند.

زوج (A, C) مشاهده پذیر است اگر و فقط اگر

$$O \triangleq \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

$$\rho(O) = n$$

①

چون رنک $A - \lambda I$ فقط در مقادیر ویژه A هست که کاهش می‌یابد

← این گفته است در مقادیر ویژه A بررسی می‌شود.

$$\rho\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} A - \lambda I \\ C \end{bmatrix} \end{pmatrix} = n \quad \forall \lambda$$

②

(3) معادله لیاپانوف قابل جواب یکتا
می‌باشد که W_0 داشته باشد.

$$A^T W_0 + W_0 A = -C^T C$$

(4) $W_0(t)$ قابل بیان می‌باشد.

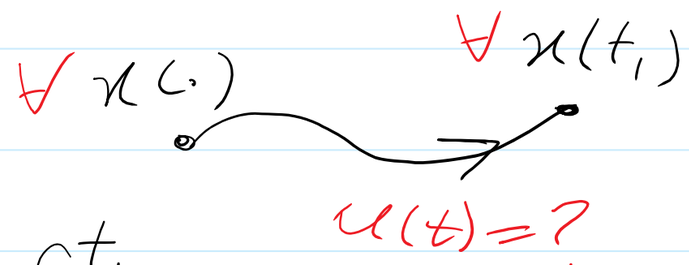
$$W_0(t) = \int_0^t e^{A^T \tau} C^T C e^{A\tau} d\tau$$

ستگرالش وقتی به بی‌نهایت نامیده میشود

زوج (A,B) کنترل پذیر است اگر و فقط اگر زوج (A^T, B^T) مشاهده پذیر باشد.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

حال سیگنال $u(t)$ را به چه شکلی تعریف کنیم:



(با فرض کنترل‌پذیری)

$$x(t_1) = e^{At_1}x(0) + \int_0^{t_1} e^{A(t_1-\tau)} B u(\tau)\, d\tau$$

$$W_c(t) = \int_0^t e^{A\tau} BB^T e^{A^T\tau}\, d\tau = \int_0^t e^{A(t-\tau)} BB^T e^{A^T(t-\tau)}\, d\tau$$

$$u(\tau) = B^T e^{A^T(t_1-\tau)} W_c^{-1}(t_1)\left[-e^{At_1}x(0) + x(t_1)\right]$$

$$u(t) = -B^T e^{A^T(t_1-t)} W_c^{-1}(t_1)\left[e^{At_1}x(\cdot) - x(t_1)\right]$$

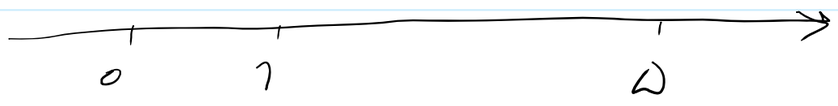
$0 \le t \le t_1$

بنابراین با داشتن $\forall t, x(\cdot), x(t_1)$ سیگنال کنترلی داریم که ...

Wednesday, May 16, 2018 8:11 AM

(مثلی: کنترل پذیر است)

$x(1)=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} \longrightarrow x(5)=\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}$





در رابطه سیستمی کنترل

$x(1)=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$ ، $x(4)=\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}$ ، $t_1=4$ ⟵ $u(t)=\dots$

مربوط به t بعدی

بعد $u(t+1)$ را انتگرال می‌دهیم و سیستمی کنترل پذیر مختصات زمانی کلی بدست می‌آید.

سیستم کنترل پذیر، بدلیل انتقال حالت‌ها از $x(0)$ به $x(t_1)$ توسط کنترل متفاوتی می‌توان پیشنهاد داد، ولی سیگنال کنترلی بهینه (که $u(t)=-Be^{A(t_1-t)}W^{-1}\dots$) می‌توان انرژی مصرفی را کمینه کند.

$\int_0^{t_1} u^T(t)\,u(t)\,dt$ ⟵ انرژی مصرفی سیگنال

دقت می‌شود با کاهش t_s، دامنه $|e(t)|$ زیاد می‌شود و ممکن است از محدوده اشباع

در کاربردهای عملی پرهیز

شکل ۶-۳ کتاب

تحلیل مثال ۶-۳:

محاسبه حالت کلیه $x(t)$ در

$$y(t) = Ce^{At}x(0) + C\int_0^t e^{A(t-\tau)}B\,u(\tau)\,d\tau + D\,u(t)$$

$$Ce^{At}x(0) = y(t) - C\int_0^t e^{A(t-\tau)}B\,u(\tau)\,d\tau - D\,u(t)$$

$\tilde{y}(t)$

Wednesday, May 16, 2018 8:11 AM

(خرض: سیستم مشاهده پذیر است)

$$\underbrace{Ce^{At}}_{q\times n}\ \underbrace{x(0)}_{n\times 1} = \underbrace{\bar{y}(t)}_{q\times 1}$$

(تعداد معادلات > تعداد متغیرها) ← کافی جواب بدهد.

با توجه به اینکه آدرس معادله، یعنی $\bar{y}$ به فضای ستونی e^{At} است.

(دقت شود که فقط از اطلاعات u و y در بازه t استفاده شده است)

$$\int_0^{t_1} e^{A^T t} C^T C e^{At} x(0) = \int_0^{t_1} e^{A^T t} C^T \bar{y}(t) \longrightarrow \underbrace{\left(\int_0^{t_1} e^{A^T \tau} C^T C e^{A\tau} d\tau\right)}_{W_o(t_1)} x(0) = \int_0^{t_1} e^{A^T \tau} C^T \bar{y}(\tau) d\tau$$

$$\boxed{x(0) = W_o^{-1}(t_1) \int_0^{t_1} e^{A^T \tau} C^T \bar{y}(\tau) d\tau}$$

برای t_1های مختلف، $x(0)$ ای به دست می‌آید.

با افزایش t_1، $W_o(t_1)$ ↑ و $W_o^{-1}(t_1)$ ↓ و $\int_0^{t_1} e^{A^T \tau} C^T \bar{y}(\tau) d\tau$ ↑ بنابراین $x(0)$ تغییر می‌کند.

برای t_1های بزرگ، باید بیشتر صبر کنیم (t_1 زیاد) تا $x(0)$ را محاسبه کنیم.

برای t_1 بسیار بزرگ که به نظر بی‌نهایت است، از نظر محاسبات عملی نمی‌توانند مشاهده‌پذیر باشند. ($\infty \times 0$)