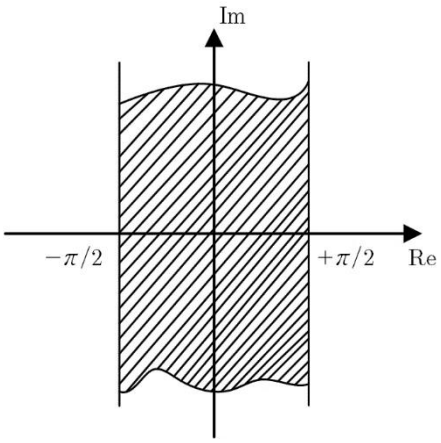
به نام خدا

تمرینات سری هفتم درس ریاضیات مهندسی — نگاشت و انتگرال مختلط

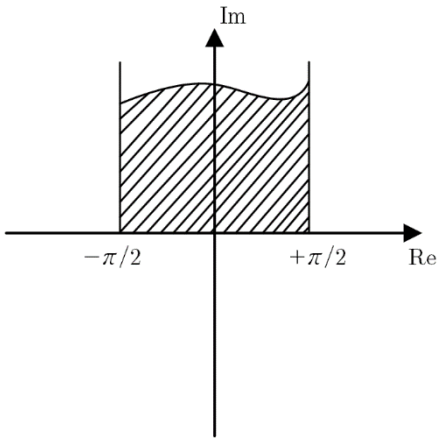
۱. تصویر ناحیه $D = \left\{x \geq 0, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{3}\right\}$ را تحت نگاشت $w(z) = e^{2z-\bar{z}}$ به دست آورید.

۲. تبدیل $\omega = \frac{z-i}{z+i}$ ناحیه $R = \{(x,y)|x > 0, y > 0\}$ را به چه ناحیه ای می‌نگارد؟

۳. تصویر ناحیه زیر را تحت نگاشت $\omega = tan\frac{z}{2}$ به دست آورید:



۴. تحت نگاشت $\omega = ln\left(\frac{sinz-1}{sinz+1}\right)$ ناحیه مشخص شده در شکل زیر به چه ناحیه ای تبدیل می شود؟



۵. حاصل انتگرال $\oint_c |z|^2 dz$ که C مسیر بسته حول مربعی به رئوس $A(0,0)$، $B(1,0)$، $C(1,1)$ و $D(0,1)$ در جهت مثلثاتی می باشد را بیابید.

۶. حاصل $\oint_c \frac{1}{sin3z-sinz} dz$ که در آن C توسط $\left|z-\frac{\pi}{5}\right| = \frac{\pi}{2}$ مشخص گردیده و در جهت مثلثاتی می باشد را پیدا کنید.

۷. اگر تابع $f(z)$ به صورت زیر تعریف شده باشد، مقدار مشتق مرتبه چهارم این تابع را با استفاده بسط مک لوران تابع در نقطه $z = 0$ بیابید ($f(z)^{(4)}(0)$).

$$f(z) = \begin{cases} \dfrac{z^2 + sinz + z^3 cosz}{z} & z \neq 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$$

۸. با استفاده از انتگرال گیری مختلط، حاصل انتگرال های زیر را حساب کنید:

$$I_1 = \int_0^{2\pi} e^{cos\theta} e^{-i(3\theta - sin\theta)} d\theta$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)(x^2 + b^2)}$$

$$a, b > 0, a \neq b$$

موفق باشید.