به نام خالق یکتا

تمرینات سری شش درس جبرخطی

۱. بررسی کنید آیا چند جمله ای های زیر مستقل خطی هستند یا خیر؟

$$p_1(x) = x^2 - 2x + 3$$
$$p_2(x) = 2x^2 + x + 8$$
$$p3(x) = x^2 + 8x + 7$$

۲. فرض کنید A ماتریسی 3×3 بوده و $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ بردارهایی در $\mathbb{R}^3$ باشند. نشان دهید اگر بردارهای:

$$\mathbf{y}_1 = A\mathbf{x}_1, \quad \mathbf{y}_2 = A\mathbf{x}_2, \quad \mathbf{y}_3 = A\mathbf{x}_3$$

مستقل خطی باشند، در این صورت ماتریس A ناویژه بوده و بردارهای $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ مستقل خطی هستند.

۳. فرض کنید $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ بردارهای مستقل خطی در $\mathbf{V}$ باشند. نشان دهید $\mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ نمی توانند $\mathbf{V}$ را span کنند.

۴. ماتریس شبه-جادویی مربع (*Semi-Magic Square*) ماتریسی است که مجموع درایه های سطرها (ستون ها) آن مقداری یکسان باشد. برای مثال ماتریس زیر یک ماتریس شبه-جادویی مربع می باشد:

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

که مجموع درایه های سطرها (ستون ها) آن برابر $\mathbf{15}$ است.

نشان دهید چرا مجموعه ماتریس های شبه-جادویی مربع یک زیرفضا را تشکیل می دهند؟

موفق باشید.