

به نام خالق یکتا

تمرینات سری هشتم درس جبر خطی

۱. فرض کنید A یک ماتریس 8×5 با رتبه سه بوده و $\mathbf{b}$ بردار غیر صفری در $N(A^T)$ باشد.

الف) نشان دهید سیستم $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ باید ناسازگار (*Inconsistent*) باشد.

ب) سیستم $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ چند پاسخ حداقلی مربعات خواهد داشت؟ جواب خود را شرح دهید.

۲. منحنی $C + Dt + Et^2$ را طوری تعیین کنید که نزدیکترین فاصله را در لحظات $t = -2, -1, 0, 1, 2$ از نقاط $b = 0, 0, 1, 0, 0$ داشته باشد. (معیار نزدیکی را خطای حداقلی مربعات فرض کنید).

۳. فرض کنید A یک ماتریس $m \times n$ باشد. نشان دهید که اگر A ستون های مستقل خطی داشته باشد، $A^T A$ ناویژه خواهد بود.

۴. فرض کنید A یک ماتریس $m \times n$ با رتبه r بوده و $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_r\}$ پایه ای برای $R(A^T)$ باشد. نشان دهید $\{A\mathbf{x}_1, \dots, A\mathbf{x}_r\}$ پایه ای برای $R(A)$ است.

موفق باشید.